

1.  $X = \{a, b, c\}$  とする. 以下で定める  $\mathcal{O}$  に対して  $(X, \mathcal{O})$  は全て位相空間ではない. その理由をそれぞれ説明せよ.
- (a)  $\mathcal{O} = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ .
- (b)  $\mathcal{O} = \{\emptyset, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$ .
- (c)  $\mathcal{O} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, X\}$ .
2.  $X = \{a, b, c\}$  に対して,  $\mathcal{O} = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$  とする. このとき  $(X, \mathcal{O})$  が位相空間であることを, 以下の表を完成させた上で説明せよ.

| $\cap$      | $\emptyset$ | $\{a\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, c\}$ | $X$ |
|-------------|-------------|---------|------------|------------|-----|
| $\emptyset$ |             |         |            |            |     |
| $\{a\}$     |             |         |            |            |     |
| $\{a, b\}$  |             |         |            |            |     |
| $\{a, c\}$  |             |         |            |            |     |
| $X$         |             |         |            |            |     |

| $\cup$      | $\emptyset$ | $\{a\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, c\}$ | $X$ |
|-------------|-------------|---------|------------|------------|-----|
| $\emptyset$ |             |         |            |            |     |
| $\{a\}$     |             |         |            |            |     |
| $\{a, b\}$  |             |         |            |            |     |
| $\{a, c\}$  |             |         |            |            |     |
| $X$         |             |         |            |            |     |