

1. X を距離空間とする. U_λ ($\lambda \in \Lambda$) を開集合とする (Λ は添字集合). このとき

$$\bigcup_{\lambda \in \Lambda} U_\lambda$$

が X の開集合であることを示せ.

2. X を距離空間とする. 任意の点 $x \in X$ と任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $U(x, \varepsilon)$ は X の開集合であることを示せ.

3. X を距離空間とする. 部分集合 $A (\subset X)$ が閉集合であることと

$$\text{任意の } x \in A^c \text{ に対して, ある } \varepsilon > 0 \text{ が存在して, } U(x, \varepsilon) \cap A = \emptyset$$

が同値であることを示せ. ただし, $A^c := X \setminus A$ は X における A の補集合である.

4. X を距離空間とする. 任意の点 $x \in X$ に対して一点集合 $\{x\}$ は X の閉集合であることを示せ.