

1. A, B を集合, $U \subset B$ を部分集合とする. また, $f: A \rightarrow B$ を写像とする. このとき $f^{-1}(U)$ の定義を答えよ.
2. A, B を集合, $b \in B$ とする. また, $f: A \rightarrow B$ を写像とする. このとき $f^{-1}(b)$ の定義を答えよ.
3. $(X, d_X), (Y, d_Y)$ を距離空間とする. 写像 $f: X \rightarrow Y$ が点 $x_0 \in X$ で連続であることと

任意の $\varepsilon > 0$ に対して, ある $\delta_\varepsilon > 0$ が存在して, $U(x_0, \delta_\varepsilon) \subset f^{-1}(U(f(x_0), \varepsilon))$

が成り立つことは同値であることを示せ.

4. $(X, d_X), (Y, d_Y)$ を距離空間とする. 写像 $f: X \rightarrow Y$ が連続写像ならば

(X, d_X) の任意の点列 $\{x_n\}_{n \geq 1}$ に対して, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ ならば $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x)$

が成り立つことを示せ. (実は逆も成り立つ. 次回講義内で証明します.)