1. 2 点 $P = (-1, 2), Q = (3, -5)$ 間のユークリッド距離を計算せよ．

2. $\mathbb{E}^4$ における以下の 2 点 P, Q 間のユークリッド距離を計算せよ．
   (a) $P = (3, 0, -2, 1), Q = (2, 3, -4, 5)$

   (b) $P = (0, -4, 6, 3), Q = (-1, 4, 3, -2)$

3. $\mathbb{E}^n$ の 3 点 $P = (2, 0, 6, x, -1), Q = (-2, 1, 7, -4, 3), R = (5, 2, 0, -3, 1)$ について，P は Q, R から等距離な位置にある．このとき，x の値を求めよ．

4. 次の集合で表される図形を図示せよ．ただし，d はユークリッド距離関数である．
   (a) $\left\{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d((x, y), (0, 0)) = 2\right\}$

   (b) $\left\{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d((x, y), (0, 0)) < 3\right\} \cap \left\{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d((x, y), (3, 0)) < 2\right\}$

   (c) $\left\{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d((x, y), (0, 0)) > 3\right\} \cap \left\{(x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d((x, y), (3, 0)) < 2\right\}$

   (d) $P_0 = (1, 0)$ に対して $\left\{P = (x, y) \in \mathbb{E}^2 \,\middle|\, d(P_0, P) = x + 1\right\}$

担当: 野本慶一郎

5. (確認テストには出しません．余力のある人は解いてみてください.)
次の不等式を証明せよ．ただし, 出来る限り多くの異なる証明を記せ.

$$\text{任意の } a, b, x, y \in \mathbb{R} \text{ に対して } (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

6. (確認テストには出しません．余力のある人は解いてみてください.)
Minecraft とは, 3D ブロックで構成された仮想空間の中で自由に探索や創作を行えるゲームである．本ゲーム内のアイテム「松明」は, 洞窟等の暗い場所に設置することによりその周囲を照らすことができる．以下の図は, 松明の明るさレベルを 5 としたときに松明が設置されている地面 (同一平面) の明るさレベルを簡易的に記したものである (実際のゲームでは 14 に設定されている).

0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	2	1	0	0	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0
0	1	2	3	4	3	2	1	0
1	2	3	4	松明 **5**	4	3	2	1
0	1	2	3	4	3	2	1	0
0	0	1	2	3	2	1	0	0
0	0	0	1	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0

つまり松明を中心として, そこから一つ隣り合うごとに明るさレベルが一つ減るような設定となっている．このような, “隣り合ったマス間の距離を 1” と考える距離にはマンハッタン距離という名前が付いている.

定義. 点 $P = (x_1, x_2)$ と点 $Q = (y_1, y_2)$ に対して, その間の**マンハッタン距離** $d_M(P, Q)$ を以下のように定める:

$$d_M(P, Q) \coloneqq \sum_{i=1}^{2} |x_i - y_i| \quad (= |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|)$$

例えば点 $P = (3, -1)$ と原点 O の間のマンハッタン距離は

$$d_M(P, O) = |3 - 0| + |-1 - 0| = 3 + 1 = 4$$

と計算できる． したがって $d_M(P, O) < 5$ であるから点 P には松明の光が届く． また, その明るさレベルは $5 - d_M(P, O) = 1$ となる．このとき次の問いに答えよ.

(a) 点 $P = (-2, 3)$ と原点の間のマンハッタン距離を計算せよ．また, 点 P には松明の光が届くか答えよ.

(b) 松明の明るさレベルを 14, 松明が設置されている地点を $L = (4, -1)$ とする．このとき点 $P = (-3, -6)$ の明るさレベルはいくつか.