1. $X = \{a, b, c\}$ とする．以下で定める $\mathcal{O}$ に対して $(X, \mathcal{O})$ は全て位相空間ではない．その理由をそれぞれ説明せよ．
   (a) $\mathcal{O} = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$.
   (解答例)
   $\varnothing \notin \mathcal{O}$ である．$X \notin \mathcal{O}$ である．等．
   (b) $\mathcal{O} = \{\varnothing, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$.
   (解答例)
   $\{a, b\}, \{a, c\} \in \mathcal{O}$ であるが，$\{a, b\} \cap \{a, c\} = \{a\} \notin \mathcal{O}$ である．
   (c) $\mathcal{O} = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, X\}$.
   $\{a\}, \{b\} \in \mathcal{O}$ であるが，$\{a\} \cup \{b\} = \{a, b\} \notin \mathcal{O}$ である．

2. $X = \{a, b, c\}$ に対して，$\mathcal{O} = \{\varnothing, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$ とする．このとき $(X, \mathcal{O})$ が位相空間であることを，以下の表を完成させた上で説明せよ．
   (解答例)

$\bigcap$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a, c\}$	X
$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$	$\varnothing$
$\{a\}$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$
$\{a, b\}$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a\}$	$\{a, b\}$
$\{a, c\}$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a, c\}$	$\{a, c\}$
X	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a, c\}$	X

$\bigcup$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a, c\}$	X
$\varnothing$	$\varnothing$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a, c\}$	X
$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a, b\}$	$\{a, c\}$	X
$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	$\{a, b\}$	X	X
$\{a, c\}$	$\{a, c\}$	$\{a, c\}$	X	$\{a, c\}$	X
X	X	X	X	X	X

二つの表の全ての要素が $\mathcal{O}$ に属していることが見てとれる．したがって $(X, \mathcal{O})$ は位相空間である．